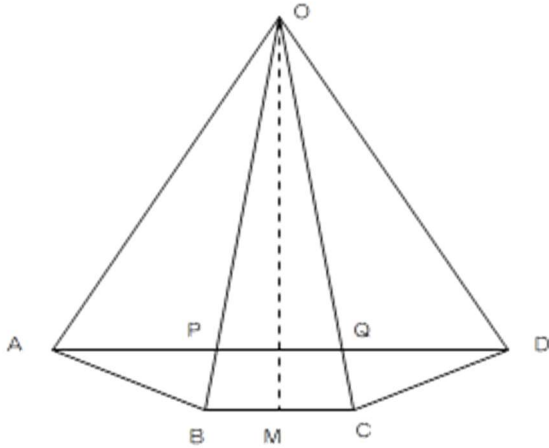


(1)



AP, PQ, QD が最短になるためには一直線にならないといけないので、上図のように BC と AD が平行になります。上の図形は BC の中点 M と O を結んだ OM に関して線対称になり、 $\angle APB = \angle PBM$ から三角形 APB と三角形 OBC は相似な二等辺三角形になるから $AB : BP = 3 : 1$ で $PB = \frac{5}{3}$ ですから $AP : PB = \frac{40}{3} : \frac{5}{3} = 8 : 1$

(答え) 8 : 1

(2)

(三角すい O-APQ の体積) : (四角すい A-PBCQ の体積) は底面積比に等しいので三角形 OPQ : 四角形 PBCQ から三角形 OBC を 81 とすれば、三角形 OPQ は $8 \times 8 = 64$ となり、四角形 PBCQ は $81 - 64 = 17$ から 64 : 17

(答え) 64 : 17